具懲罰函數之多項式映射法於相機校正

陳金聖
國立台北科技大學自動化科技研究所教授
e-mail：
saint@ntut.edu.tw

沈峻爽
國立台北科技大學自動化科技研究所研究生
e-mail：
t5618019@ntut.edu.tw

摘要

本論文根據立體視覺的概念,利用雙 CCD 攝影機建立三維座標量測系統，在所能拍攝到的有效三維空間範圍內，利用左右影像獲得彼此對應的特徵點，再將此左右相機所得影像之平面座標特徵點與三維座標數據代入虛擬目標函數〔組合目標函數與懲罰函數〕，接著再以最小平方迴歸法求得映射函數多項式各項係數，建立其映射關係後，即完成了量測系統的校正程序。以虛擬目標函數求得之係數所對應之三維座標誤差有著快速收斂及均勻拉平以至較穩定的特性，且能利用較少校正點數的虛擬目標函數，達到原目標函數搭配較多校正點數所得之映射多項式之精確度，此校正法可得到較佳之精確度與較低之運算時間。最後，本文利用量測三維空間範圍為寬(X 軸)16.5mm × 高(Y 軸)16.5mm × 深度(Z 軸)10mm 的實驗，證實以虛擬目標函數在校正程序應用上有著更佳之成效。

關鍵詞：立體視覺，虛擬目標函數，映射函數多項式

1.前言

近年來自動化光學式量測儀器被大量應用於工業界，如工業產品量測、醫療手術與模具製造等場合，而隨著自動化光學檢測技術(AOI)的成熟,以往所使用的接觸式量測已經無法滿足於市場對於快速檢測的同時又能精確量測的需求。

在非接觸式光學量測方面，分為主動式(active)[1, 2]以及被動式(passive)兩種：主動式為投射結構光源，並由電腦控制調整結構光的功率輸出，精確地投射在物體表面的三維輪廓量測系統；而在被動式方面，光源來自於自然光源或是人為創造的環境光源，通常以兩支或兩支以上的相機同時拍攝觀測物，再將擷取到的影像對(image pair)通過演算法的運算，建立起三維空間座標與二維空間影像對像素座標的轉換關係。而無論是主動式或被動式，相機校正都是其最重要的步驟，一旦校正步驟產生過多的誤差，則量測標準精度也將隨之下降。

要求如何達到精確的量測，等同於探討如何盡可能地降低各種在校正時產生的誤差，也就是使拍攝到的影像受到各種因素或雜訊的影響降到最低。一般造成相機校正步驟誤差的原因概略可以分成三類：(1).相機本身，包含內部與外部參數[3, 4]；(2).演算法；(3).環境所造成的雜訊問題，如光源、環境溫度以及機構剛性等。而傳統方法中，使用相機內外參數做校正步驟容易受到各座標系觀測誤差及相機鏡頭畸變所影響，並且校正的步驟多而複雜，技術門檻也較高。爾後，章明教授提出以利用映射函數法(mapping function method)[5, 6]來取代使用相機內外參數做校正步驟，其最大的優點在於，映射函數法能用高次項的多項式以及多量的校正點，將大部分的誤差包含入多項式的校正係數中，並且校正步驟少而簡易，技術門檻較低。但是，映射函數法在當校正點的點數非方陣 $(n \times n \times n)$ 或校正點與校正點之間彼此的間隔距離非一致的時候，所求得的觀測值誤差會增大，經由此係數求得的三維空間座標點會與實際上的座標點，會有較大的量測誤差，而若用更高次項的多項式去改善此狀況，則校正時運算量會增大，且會造成過擬合現象，且正式量測未知之元件尺寸時其運算量也會增大。

本論文提出以組合目標函數與懲罰函數(penalty function)的多項式[7, 8]來取代原映射函數法中之目標函數，不僅能藉由懲罰函數的特性降低上述問題產生的誤差，若當受到干擾而導致某一軸產生較大誤差時，也能快速將其誤差收斂及穩定。甚至，在校正點數減少至剛好可以求解多項式係數的情況下，也能因加入懲罰函數而使得多項式擬合出的校正誤差達到較佳之精度，最後將以實驗驗證本文所提出方法的優越性。

2. 相機校正系統

2.1 立體視覺

立體視覺是由兩台 CCD 攝影機位於同一水平面上，彼此間隔一段距離，而從擷取兩張影像對中的視差現象，進而經過計算得到深度的資訊，也就是物體距離相機的遠近關係，如圖 1 及圖 2。

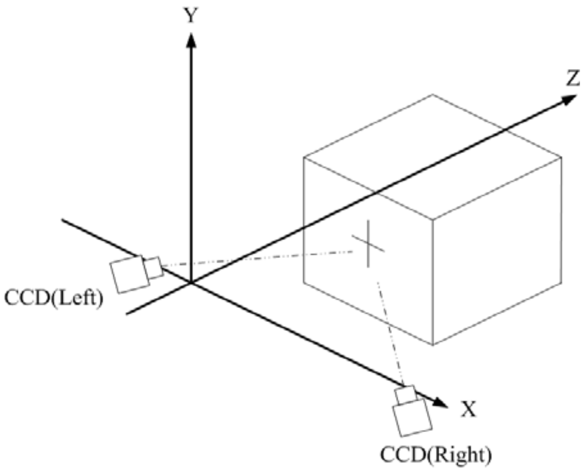


圖 1 立體視覺系統架構圖。

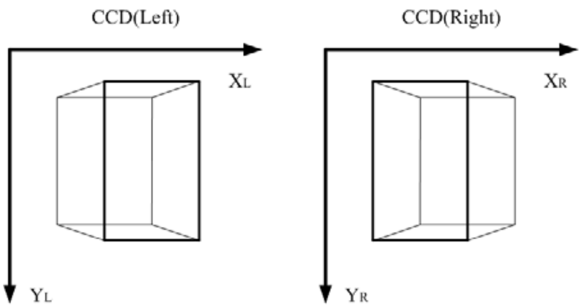


圖 2 立體視覺左右相機視角圖。

2.2 校正系統硬體架構

本相機校正系統所用的光機機構圖如圖 3，其中 CCD 採用 Sony 之 XC-HR70，有效像素為 1024(H)×768(V)，鏡頭採用 Moritex 之 ML01-327N，工作距離為 327.7±16.4mm，放大倍率為×0.1±5%，景深為 37.66mm。

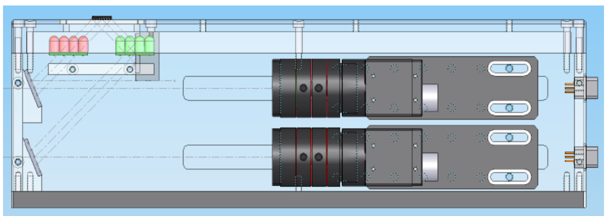


圖 3 光機機構圖。

上圖機構的光學幾何架構圖可等效成圖 4。兩支 CCD 之間的基線距離為 400mm，可視角範圍為 9 度，量測矩形空間中心點到基線距離為 200mm，其與 CCD 的連線和基線的夾角為 45 度。有效量測的範圍空間為寬(X 軸)16.5mm× 高(Y 軸)16.5mm 的矩形範圍，經量測後在搭配 1.5x 的倍鏡與 1mm 的延伸環後景深達 10-15mm。

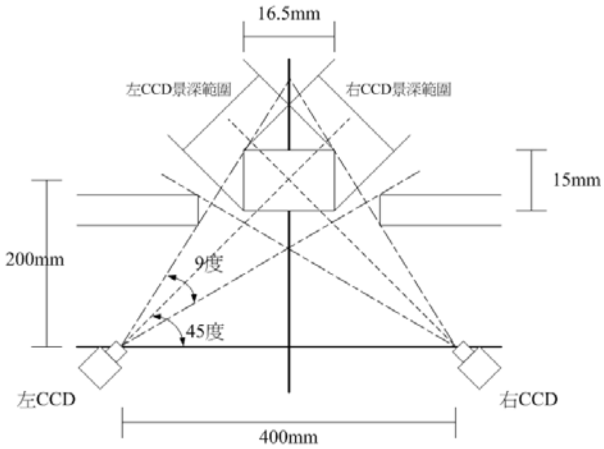
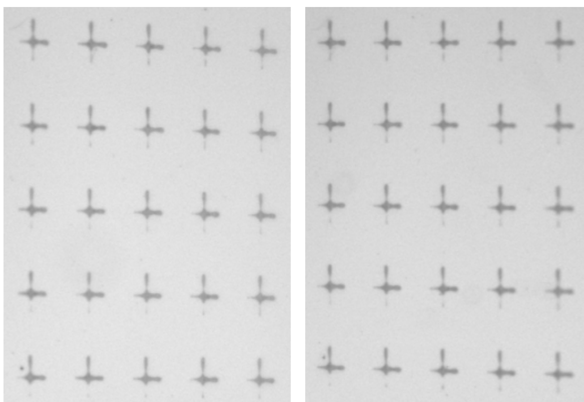


圖 4 光學幾何架構圖。

在擷取校正點的過程中，我們從圖 5 的十字校正格中，經由擷取圖中的特徵點後，接著經過影像處理，如二值化、反轉像素以及細線化這些步驟，再分別由左右圖中取到彼此對應的兩個 2 維影像座標點，而由移動 Z 軸定量距離 5 次以取得所需校正點。最後將所得到的校正點與我們定義空間的三維座標值分別套入虛擬目標函數與原目標函數求得各項係數，從實際實驗中比較其成效。



(a) (b)

圖 5 十字校正格圖

(a).左 CCD 所拍攝；(b).右 CCD 所拍攝

3.校正演算法探討

3.1 映射函數法

映射函數法基本概念是利用相機成像原理，在有效三維空間量測範圍內任意一點，皆能對映成像到相機影像平面上的一個像素點。若可以利用多項式擬合曲線的概念，找出三維空間座標點以及影像像素座標點轉換多項式的各項係數，則代表所有成像於左右相機影像內像素的量測點，都可以正確地對映到有效範圍內三維空間的每個空間座標。座標轉換的係數以高次多項式搭配最小平方迴歸法來求解，如下式表示

$$X = f(x_1, y_1, x_2, y_2) = \sum_{l=0}^{n}\sum_{k=0}^{n-l}\sum_{j=0}^{n-l-k}\sum_{i=0}^{n-l-k-j} a_{ijkl} {x_1}^i {y_1}^j {x_2}^k {y_2}^l \tag{1a}$$

$$Y = f(x_1, y_1, x_2, y_2) = \sum_{l=0}^{n}\sum_{k=0}^{n-l}\sum_{j=0}^{n-l-k}\sum_{i=0}^{n-l-k-j} b_{ijkl} {x_1}^i {y_1}^j {x_2}^k {y_2}^l \tag{1b}$$

$$Z = f(x_1, y_1, x_2, y_2) = \sum_{l=0}^{n}\sum_{k=0}^{n-l}\sum_{j=0}^{n-l-k}\sum_{i=0}^{n-l-k-j} c_{ijkl} {x_1}^i {y_1}^j {x_2}^k {y_2}^l \tag{1c}$$

(X,Y,Z)為三維空間點座標，(x_1, y_1)和(x_2, y_2)分別為左右影像的像素點座標，a_{ijkl}、b_{ijkl}及c_{ijkl}為影像座標轉換至空間中的點座標的映射函數係數，n為多項式的階數。

3.2 懲罰函數

最小平方迴歸法，是依據每個取樣點誤差平方和最小的原則，所求得的迴歸直線，如式(2)。

$$S_X = \sum_{q=1}^{p} {e_{(q)}}^2 = \sum_{q=1}^{p} \left[y_{(q)} - \hat{y}_{(q)}\left(x_{1(q)}, y_{1(q)}, x_{2(q)}, y_{2(q)}, a_{ijkl(q)}\right) \right]^2 \tag{2a}$$

$$S_Y = \sum_{q=1}^{p} {e_{(q)}}^2 = \sum_{q=1}^{p} \left[y_{(q)} - \hat{y}_{(q)}\left(x_{1(q)}, y_{1(q)}, x_{2(q)}, y_{2(q)}, b_{ijkl(q)}\right) \right]^2 \tag{2b}$$

$$S_Z = \sum_{q=1}^{p} {e_{(q)}}^2 = \sum_{q=1}^{p} \left[y_{(q)} - \hat{y}_{(q)}\left(x_{1(q)}, y_{1(q)}, x_{2(q)}, y_{2(q)}, c_{ijkl(q)}\right) \right]^2 \tag{2c}$$

p為取樣點數，$e_{(q)}$為各項誤差，$y_{(q)}$為真實輸出值，$\hat{y}_{(q)}$為估計輸出值，$x_{1(q)}$和$y_{1(q)}$為左影像輸入值，$x_{2(q)}$和$y_{2(q)}$為右影像輸入值，$a_{ijkl(q)}$、$b_{ijkl(q)}$、$c_{ijkl(q)}$分別為各項輸入值的係數權重。再將式(2)對各項係數作偏微分得到最小平方迴歸誤差，進而求得係數$a_{ijkl(q)}$、$b_{ijkl(q)}$、$c_{ijkl(q)}$，如式(3)。

$$\frac{\partial S_X}{\partial a_{ijkl(q)}} = 0 \tag{3a}$$

$$\frac{\partial S_Y}{\partial b_{ijkl(q)}} = 0 \tag{3b}$$

$$\frac{\partial S_Z}{\partial c_{ijkl(q)}} = 0 \tag{3c}$$

而影響迴歸曲線精確度的原因大致分為兩項，外在因素的離群點(outliers)以及內在因素的多項式模型本身所產生的過擬合(overfitting)現象，在此利用懲罰函數來解決上述的問題。

懲罰函數的基本概念，就是組合目標函數與限制條件成為一個單一的虛擬目標函數(pseudo-objective funtion)，於是我們修改式(2)成為式(4)

$$E_X = S_X + \frac{\lambda}{2}\left\|a_{ijkl(q)}\right\|^2 = \frac{1}{2}\sum_{q=1}^{p}\left[y_{(q)} - \hat{y}_{(q)}\left(x_{1(q)}, y_{1(q)}, x_{2(q)}, y_{2(q)}, a_{ijkl(q)}\right)\right]^2 + \frac{\lambda}{2}\left\|a_{ijkl(q)}\right\|^2 \tag{4a}$$

$$E_Y = S_Y + \frac{\lambda}{2}\left\|b_{ijkl(q)}\right\|^2 = \frac{1}{2}\sum_{q=1}^{p}\left[y_{(q)} - \hat{y}_{(q)}\left(x_{1(q)}, y_{1(q)}, x_{2(q)}, y_{2(q)}, b_{ijkl(q)}\right)\right]^2 + \frac{\lambda}{2}\left\|b_{ijkl(q)}\right\|^2 \tag{4b}$$

$$E_Z = S_Z + \frac{\lambda}{2}\left\|c_{ijkl(q)}\right\|^2 = \frac{1}{2}\sum_{q=1}^{p}\left[y_{(q)} - \hat{y}_{(q)}\left(x_{1(q)}, y_{1(q)}, x_{2(q)}, y_{2(q)}, c_{ijkl(q)}\right)\right]^2 + \frac{\lambda}{2}\left\|c_{ijkl(q)}\right\|^2 \tag{4c}$$

其中

$$\left\|a_{ijkl(q)}\right\|^2 = a_{ijkl(q)}{}^T a_{ijkl(q)} = a_{0000}{}^2 + a_{1000}{}^2 + a_{2000}{}^2 \cdots + a_{000n}{}^2$$

$b_{ijkl(q)}$及$c_{ijkl(q)}$亦同，而λ為懲罰因子。接著，再將式(4)對各項係數作偏微分以求得最小平方迴歸誤差，如下式(5)

$$\frac{\partial E_X}{\partial a_{ijkl(q)}} = \frac{\partial S_X}{\partial a_{ijkl(q)}} + \lambda a_{ijkl(q)} = 0 \tag{5a}$$

$$\frac{\partial E_Y}{\partial b_{ijkl(q)}} = \frac{\partial S_Y}{\partial b_{ijkl(q)}} + \lambda b_{ijkl(q)} = 0 \tag{5b}$$

$$\frac{\partial E_Z}{\partial c_{ijkl(q)}} = \frac{\partial S_Z}{\partial c_{ijkl(q)}} + \lambda c_{ijkl(q)} = 0 \tag{5c}$$

將式(5)經整理後，可改寫為矩陣形式

$$\left([A]^T[A] + \lambda I\right)[B] = [A]^T[C] \tag{6}$$

其中

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & x_{1(1)} & y_{1(1)} & x_{2(1)} & y_{2(1)} & \cdots & y_{2(1)}{}^n \\ 1 & x_{1(2)} & y_{1(2)} & x_{2(2)} & y_{2(2)} & \cdots & y_{2(2)}{}^n \\ 1 & x_{1(3)} & y_{1(3)} & x_{2(3)} & y_{2(3)} & \cdots & y_{2(3)}{}^n \\ & & & \vdots & & & \\ 1 & x_{1(p)} & y_{1(p)} & x_{2(p)} & y_{2(p)} & \cdots & y_{2(p)}{}^n \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} a_{0000} & b_{0000} & c_{0000} \\ a_{1000} & b_{1000} & c_{1000} \\ a_{2000} & b_{2000} & c_{2000} \\ & \vdots & \\ a_{000n} & b_{000n} & c_{000n} \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} X_{(1)} & Y_{(1)} & Z_{(1)} \\ X_{(2)} & Y_{(2)} & Z_{(2)} \\ X_{(3)} & Y_{(3)} & Z_{(3)} \\ & \vdots & \\ X_{(p)} & Y_{(p)} & Z_{(p)} \end{bmatrix}$$

最後經由反矩陣運算，可得

$$[B] = \left([A]^T[A] + \lambda I\right)^{-1}[A]^T[C] \tag{7}$$

$[B]$矩陣中之元素即為我們欲求之映射函數多項式之係數$a_{ijkl(q)}$、$b_{ijkl(q)}$、$c_{ijkl(q)}$。至此，含懲罰函數的映射關係式即成立。

4. 校正步驟與實驗結果

實驗中我們以三次多項式，各以不同的校正點數以及取點的方式，搭配懲罰函數$\ln\lambda = -18(\lambda = 0.0000000152)$來做互相的比較。

在擷取測試點上，一般都是以未經校正之測量點經過擬合計算出的數據來做比較，但在此我們不僅擷取非校正點的測量點，而是連同原校正點都加入計算誤差及標準差，原因在於，懲罰函數雖然能大幅將擬合曲線整體拉至較穩定的狀態，但也稍微犧牲了原校正點的精確度。

4.1 搭配$(3\times5\times3)$個校正點

圖 6 中，X 軸及 Y 軸每格間隔為 2mm，Z 軸每平面彼此皆間隔為 1mm，而取校正點的方

式為 X 軸每 4mm 取一點，Y 軸每 2mm 取一點，Z 軸每 1mm 取一點，共取 3 層。此組校正點分別由左右相機所得影像之平面座標數據套入式(3)、式(5)及式(7)計算後，所得之校正係數比較如表 1 及表 2。

圖 6 中，我們擷取測量點的方式為 X 軸每 2mm 取一點，Y 軸每 2mm 取一點，Z 軸每 1mm 取一點，取 3 層，總共有 75 個測量點。再將此 75 個測量點與其真實三維座標作詳細比較如表 3。

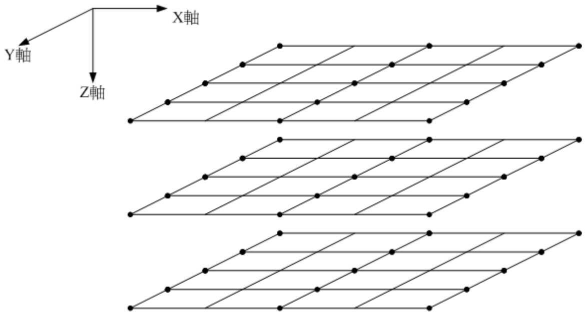


圖 6 校正點 $(3\times5\times3)$ 取點示意圖

表 1 前 13 項校正係數

	$a_{ijkl(q)}$	$b_{ijkl(q)}$	$c_{ijkl(q)}$
未加入懲罰函數			
1	80.9367	-48.32060	14.1751
x_1	-0.2657	0.1275	-0.0399
y_1	0.7334	-0.1331	-0.1621
x_2	-0.2769	0.1364	-0.0233
y_2	-0.7641	0.1613	0.1728
x_1^2	0.0002	-0.0000	-0.0000
y_1^2	-0.0299	0.0136	0.0078
x_2^2	0.0002	-0.0001	-0.0000
y_2^2	-0.0321	0.0146	0.0084
x_1^3	0.0000	-0.0000	0.0000
y_1^3	0.0003	-0.0002	-0.0000
x_2^3	-0.0000	0.0000	-0.0000
y_2^3	-0.0003	0.0002	0.0000

表 2 前 13 項校正係數

	$a_{ijkl(q)}$	$b_{ijkl(q)}$	$c_{ijkl(q)}$
加入懲罰函數			
1	1.5901	-0.9477	0.2768
x_1	-0.0543	0.0013	-0.0029
y_1	0.9627	-0.2702	-0.1218
x_2	-0.0502	0.0010	0.0163
y_2	-1.0004	0.3025	0.1312
x_1^2	0.0000	0.0000	-0.0000
y_1^2	-0.0375	0.0181	0.0065
x_2^2	0.0000	0.0000	-0.0000
y_2^2	-0.0401	0.0193	0.0070
x_1^3	0.0000	-0.0000	0.0000
y_1^3	0.0004	-0.0002	-0.0000
x_2^3	-0.0000	0.0000	-0.0000
y_2^3	-0.0004	0.0003	0.0000

表 3 擬合空間點誤差

	絕對值平均誤差 (mm)	絕對值最大誤差 (mm)	標準差 (mm)
未加入懲罰函數			
X 軸	0.4116	0.6342	0.2900
Y 軸	0.0457	0.0805	0.0325
Z 軸	0.0276	0.0590	0.0209
加入懲罰函數			
X 軸	0.0747	0.1231	0.0522
Y 軸	0.0051	0.0183	0.0062
Z 軸	0.0084	0.0197	0.0078

4.2 搭配 $(3\times5\times5)$ 個校正點

圖 7 中，X 軸及 Y 軸每格間隔為 2mm，Z 軸每平面彼此皆間隔為 1mm，而取校正點的方式為 X 軸每 4mm 取一點，Y 軸每 2mm 取一點，

Z 軸每 1mm 取一點，共取 5 層。此組校正點分別由左右相機所得影像之平面座標數據套入式(3)、式(5)及式(7)計算後，所得之校正係數比較如表 4 及表 5。

圖 7 中，我們擷取測量點的方式為 X 軸每 2mm 取一點，Y 軸每 2mm 取一點，Z 軸每 1mm 取一點，取 3 層，總共有 125 個測量點。再將此 125 個測量點與其真實三維座標作詳細比較如表 6。

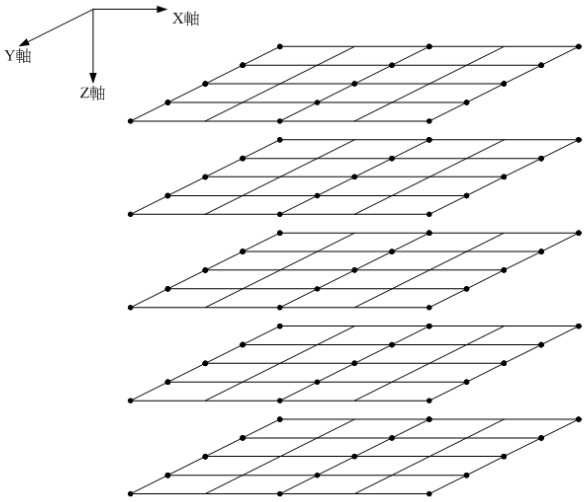


圖 7 校正點$(3\times5\times5)$取點示意圖

表 4 前 13 項校正係數

	$a_{ijkl(q)}$	$b_{ijkl(q)}$	$c_{ijkl(q)}$
未加入懲罰函數			
1	86.3302	3.5464	-9.0979
x_1	-0.2649	-0.0140	0.0131
y_1	0.1417	-0.1531	0.1312
x_2	-0.2757	-0.0154	0.0400
y_2	-0.1505	0.1804	-0.1348
$x_1^{\ 2}$	0.0002	0.0000	-0.0000
$y_1^{\ 2}$	-0.0013	0.0054	-0.0008
$x_2^{\ 2}$	0.0002	0.0000	-0.0000
$y_2^{\ 2}$	-0.0016	0.0058	-0.0008
$x_1^{\ 3}$	-0.0000	0.0000	0.0000
$y_1^{\ 3}$	-0.0000	-0.0000	0.0000
$x_2^{\ 3}$	-0.0000	-0.0000	0.0000
$y_2^{\ 3}$	0.0000	0.0001	-0.0000

表 5 前 13 項校正係數

	$a_{ijkl(q)}$	$b_{ijkl(q)}$	$c_{ijkl(q)}$
加入懲罰函數			
1	4.5243	0.1858	-0.4767
x_1	-0.0387	-0.0047	-0.0106
y_1	0.1596	-0.1523	0.1292
x_2	-0.0384	-0.0056	0.0150
y_2	-0.1646	0.1797	-0.1332
$x_1^{\ 2}$	0.0000	0.0000	0.0000
$y_1^{\ 2}$	0.0005	0.0055	-0.0010
$x_2^{\ 2}$	0.0000	0.0000	0.0000
$y_2^{\ 2}$	0.0006	0.0059	-0.0011
$x_1^{\ 3}$	-0.0000	0.0000	0.0000
$y_1^{\ 3}$	-0.0000	-0.0000	0.0000
$x_2^{\ 3}$	-0.0000	-0.0000	-0.0000
$y_2^{\ 3}$	0.0000	0.0001	-0.0000

表 6 擬合空間點誤差

	絕對值平均誤差 (mm)	絕對值最大誤差 (mm)	標準差 (mm)
未加入懲罰函數			
X 軸	0.3394	0.5221	0.2389
Y 軸	0.0175	0.0297	0.0118
Z 軸	0.0257	0.0498	0.0183
加入懲罰函數			
X 軸	0.0684	0.1142	0.0484
Y 軸	0.0064	0.0130	0.0047
Z 軸	0.0063	0.0164	0.0049

從表 1、表 2、表 4 及表 5 各別來看，加入懲罰函數可以有效收斂映射函數之常數項係數，而異於其他項相對較大的係數項意味著曲線易受過擬合的不穩定扭曲。

從表 3 及表 6 觀察可得知，首先在未加入懲罰函數的情況下，點數的增加可相對提升該三維校正曲線擬合的精確度。而在校正點不需要飽和或未飽和的情況下，加入懲罰函數比單純增加校正點，更能提升該三維校正曲線擬合的精確度。

5. 結論

本研究已成功改善在相機校正中，點數未飽和的情況下，利用原映射函數法擬合的校正曲線所會產生的誤差：藉由懲罰函數的特性及應用以求快速地將校正曲線所產生的誤差收斂至穩定。

本研究為應用懲罰函數來改善原映射函數法利用多項式擬合的概念來做相機校正的步驟，具體研究成果為以下幾點：

1. 提升在校正點的點數為非方陣 $(n \times n \times n)$ 的情況下的校正精確度。
2. 改善在校正點與校正點之間彼此的間隔距離非一致的時候，或是受到干擾而導致某一軸所額外產生的較大量測值誤差。
3. 加入懲罰函數不僅在同校正點數的情況下精確度較為優越，甚至相較於利用提昇點數的方式能更有成效地增加校正的精確度，相對地也可以降低所需運算時間。
4. 在研究中，我們發現懲罰函數在改善多項式擬合曲線的問題上，應有不同的值可針對應用於該校正曲線，也就是說，會有所謂的最佳懲罰函數的值。未來會將再以這方面繼續研究探討。

參考文獻

[1] Rainer G. Dorsch, Gerd Hausler, and Jurgen M. Herrmann, *Laser triangulation : fundamental uncertainty in distance measurement*, Applied Optics, Vol.33 No.7, pp.1306~pp.1314, 1994。

[2] 廖至欣，*數位結構光三維輪廓量測之誤差校正技術*，中國機械工程學會第二十一屆全國學術研討會論文集，高雄，中華民國九十三十一月二十六日、二十七日。

[3] Roger Y. Tasi, *A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-the-Shelf TV Cameras and Lenses*, IEEE Journal of robotics and automation, Vol.RA-3, No.4，pp.323~pp.344, 1987。

[4] Zhengyou Zhang, *A flexible new technique for camera calibration*, IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, Vol. 22, No. 11, pp.1330~pp.1334, 2000。

[5] Ming Chang and Wen-Chin Tai, *360-deg profile noncontact measurement using a neural network*, Optical Engineering, Vol.34, No.12, pp.3572~pp.3576, 1995。

[6] Ming Chang and Kao-Hui Lin, *Novel coordinate mapping algorithm for three-dimensional profile noncontact measurement*, Optical Engineering, Vol.41 No.7, pp.1615~pp.1620, 2002。

[7] 黃永廣、林長青，*支撐向量機應用於科學探索*，碩士論文，國立雲林科技大學電子與資訊工程研究所，2003。

[8] Christopher M. Bishop, *Pattern recognition and machine learning*, Springer, 2006。